



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A V-a

Soluții și bareme de corectare

SUBIECTUL I (40 de puncte)

Subiect	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspuns corect	A	E	B	D	C	C	D	B	C	B
	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p

SUBIECTUL II (25 de puncte)

Determinați restul împărțirii numărului $n = 7^{10} + 7^{11} + 7^{12} + \dots + 7^{2025} + 2026$ la 56.

Soluție.

$$7 + 7^2 = 56 \dots\dots\dots 5p$$

Suma conține un număr par de puteri ale lui 7, deci putem grupa puterile lui 7 două câte două și atunci avem:

$$\begin{aligned} n &= (7^{10} + 7^{11}) + (7^{12} + 7^{13}) + (7^{14} + 7^{15}) + \dots + (7^{2024} + 7^{2025}) + 2026 = \\ &= 7^9 \cdot (7 + 7^2) + 7^{11} \cdot (7 + 7^2) + 7^{13} \cdot (7 + 7^2) + \dots + 7^{2023} \cdot (7 + 7^2) + 2026 \dots\dots\dots 5p \end{aligned}$$

$$n = 7^9 \cdot 56 + 7^{11} \cdot 56 + 7^{13} \cdot 56 + \dots + 7^{2023} \cdot 56 + 2026 = 56 \cdot (7^9 + 7^{11} + 7^{13} + \dots + 7^{2023}) + 2026 \dots\dots\dots 5p$$

$$2026 = 56 \cdot 36 + 10 \dots\dots\dots 5p$$

$$n = 56 \cdot (7^9 + 7^{11} + 7^{13} + \dots + 7^{2023} + 36) + 10, \text{ deci restul împărțirii lui } n \text{ la } 56 \text{ este egal cu } 10 \dots\dots\dots 5p$$

SUBIECTUL III (25 de puncte)

Aflați numărul natural x pentru care $2025^x + 2026 \cdot x = 2027^{2028} \cdot x + 1$.

Gazeta Matematică nr. 10 / 2025

Soluție.

$$\text{Relația din enunț se rescrie } 2025^x = x \cdot (2027^{2028} - 2026) + 1 \dots\dots\dots 4p$$

Pentru $x \neq 0$ avem:

$$\text{Ultima cifră a lui } 2025^x \text{ este } 5 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Ultima cifră a lui } 2027^{2028} \text{ este egală cu ultima cifră a lui } 7^{2028}, \text{ adică } 1 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Ultima cifră a diferenței } 2027^{2028} - 2026 \text{ este } 5 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Ultima cifră a numărului } 5x + 1 \text{ este } 1 \text{ (dacă } x \text{ este par) sau } 6 \text{ (dacă } x \text{ este impar)} \dots\dots\dots 3p$$

$$\begin{aligned} \text{Așadar, dacă } x \neq 0, \text{ atunci ultima cifră a numărului } x \cdot (2027^{2028} - 2026) + 1 \text{ poate fi } 1 \text{ sau } 6, \text{ deci diferă de} \\ \text{ultima cifră a numărului } 2025^x, \text{ care este egală cu } 5, \text{ deci } 2025^x \neq x \cdot (2027^{2028} - 2026) + 1 \dots\dots\dots 4p \end{aligned}$$

$$\text{Singura soluție este } x = 0 \dots\dots\dots 5p$$